

Innerbetriebliche Leistungsverrechnung

Für die innerbetriebliche Leistungsverrechnung eines Unternehmens gelten folgende Daten:

$$KP := \begin{pmatrix} 1000 \\ 500 \\ 800 \end{pmatrix} \quad x := \begin{pmatrix} 500 \\ 200 \\ 100 \end{pmatrix} \quad q := \begin{pmatrix} 70 & 50 & 5 \\ 20 & 40 & 5 \\ 40 & 100 & 20 \end{pmatrix} \quad k := \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{ORIGIN} \equiv 1$$

Der Vektor KP stellt die primären Gemeinkosten der einzelnen Hilfskostenstellen dar:

$$KP_1 = 1000 \quad \text{Primäre Gemeinkosten der Hilfskostenstelle 1}$$

$$KP_2 = 500 \quad \text{Primäre Gemeinkosten der Hilfskostenstelle 2}$$

$$KP_3 = 800 \quad \text{Primäre Gemeinkosten der Hilfskostenstelle 3}$$

Der Vektor x zeigt die Leistungen der einzelnen Kostenstellen, gemessen in Mengeneinheiten:

$$x_1 = 500 \quad \text{Leistung der Hilfskostenstelle 1 [ME]}$$

$$x_2 = 200 \quad \text{Leistung der Hilfskostenstelle 2 [ME]}$$

$$x_3 = 100 \quad \text{Leistung der Hilfskostenstelle 3 [ME]}$$

Die Matrix q zeigt in den Zeilen, was von diesen Leistungen an die einzelnen Hilfskostenstellen geliefert wurde, und in den Spalten, von welcher Hilfskostenstelle die Lieferungen stammen:

$$q_{1,1} = 70 \quad \text{Lieferungen an Hilfskostenstelle 1 von Hilfskostenstelle 1 [ME]}$$

$$q_{1,2} = 50 \quad \text{Lieferungen an Hilfskostenstelle 1 von Hilfskostenstelle 2 [ME]}$$

$$q_{1,3} = 5 \quad \text{Lieferungen an Hilfskostenstelle 1 von Hilfskostenstelle 3 [ME]}$$

$$q_{2,1} = 20 \quad \text{Lieferungen an Hilfskostenstelle 2 von Hilfskostenstelle 1 [ME]}$$

$$q_{2,2} = 40 \quad \text{Lieferungen an Hilfskostenstelle 2 von Hilfskostenstelle 2 [ME]}$$

$$q_{2,3} = 5 \quad \text{Lieferungen an Hilfskostenstelle 2 von Hilfskostenstelle 3 [ME]}$$

$$q_{3,1} = 40 \quad \text{Lieferungen an Hilfskostenstelle 3 von Hilfskostenstelle 1 [ME]}$$

$$q_{3,2} = 100 \quad \text{Lieferungen an Hilfskostenstelle 3 von Hilfskostenstelle 2 [ME]}$$

$$q_{3,3} = 20 \quad \text{Lieferungen an Hilfskostenstelle 3 von Hilfskostenstelle 3 [ME]}$$

Für diese Leistungen sind für die Hilfskostenstellen die Kosten pro Mengeneinheit k_1 , k_2 und k_3 zu bestimmen. Der Vektor k enthält zunächst Schätzwerte hierfür. Diese Schätzwerte sind erforderlich als Startwerte für den Lösungsalgorithmus:

$$k_1 = 1 \quad \text{Schätzwert für die Kosten pro Leistungseinheit der Hilfskostenstelle 1}$$

$$k_2 = 1 \quad \text{Schätzwert für die Kosten pro Leistungseinheit der Hilfskostenstelle 2}$$

$$k_3 = 1 \quad \text{Schätzwert für die Kosten pro Leistungseinheit der Hilfskostenstelle 3}$$

Die Variable ORIGIN bestimmt die Ziffer für die erste Zeile und Spalte der verwendeten Felder.

Innerbetriebliche Leistungsverrechnung

Um das Problem der innerbetrieblichen Leistungsverrechnung in voller Allgemeinheit darstellen zu können, wird definiert:

$n := 3$ Anzahl der Hilfskostenstellen

$i := 1 \dots n$ Index für Hilfskostenstellen

$j := 1 \dots n$ Index für Hilfskostenstellen

$q_{i,j}$ Lieferungen an Hilfskostenstelle i von Hilfskostenstelle j

$q_{j,i}$ Lieferungen an Hilfskostenstelle j von Hilfskostenstelle i

Anbauverfahren

Für die Kosten pro Leistungseinheit der Hilfskostenstelle i gilt:

$$k_i := \frac{KP_i}{x_i - \sum_j q_{j,i}}$$

$k_i =$

2.70
50.00
11.43

Explizit für 3 Kostenstellen formuliert:

Vorgabe

$$k_1 = \frac{KP_1}{x_1 - q_{1,1} - q_{2,1} - q_{3,1}}$$

$$k_2 = \frac{KP_2}{x_2 - q_{1,2} - q_{2,2} - q_{3,2}}$$

$$k_3 = \frac{KP_3}{x_3 - q_{1,3} - q_{2,3} - q_{3,3}}$$

$k := \text{Suchen}(k)$

$$k = \begin{pmatrix} 2.70 \\ 50.00 \\ 11.43 \end{pmatrix}$$

Innerbetriebliche Leistungsverrechnung

Stufenleiterverfahren

Für die Kosten pro Leistungseinheit der Hilfskostenstelle i gilt:

$$k_i := \text{wenn } (i) = 1, \frac{KP_1}{x_1 - q_{1,1}}, \frac{KP_i + \sum_{j=1}^{i-1} (k_j \cdot q_{i,j})}{x_i - \sum_{j=1}^i q_{j,i}}$$

$$k_i =$$

2.33
4.97
19.86

Explizit für 3 Kostenstellen formuliert:

Vorgabe

$$k_1 = \frac{KP_1}{x_1 - q_{1,1}}$$

$$k_2 = \frac{KP_2 + k_1 \cdot q_{2,1}}{x_2 - q_{1,2} - q_{2,2}}$$

$$k_3 = \frac{KP_3 + k_1 \cdot q_{3,1} + k_2 \cdot q_{3,2}}{x_3 - q_{1,3} - q_{2,3} - q_{3,3}}$$

$k := \text{Suchen}(k)$

$$k = \begin{pmatrix} 2.33 \\ 4.97 \\ 19.86 \end{pmatrix}$$

Innerbetriebliche Leistungsverrechnung

Gleichungsverfahren

Für die Kosten pro Leistungseinheit der Hilfskostenstelle i gilt:

$$k_i = \frac{KP_i + \sum_j (k_j \cdot q_{i,j})}{x_i}$$

Da auf der rechten Seite dieser Gleichung die Kostensätze *aller* Hilfskostenstellen vorkommen, müssen die Kostensätze simultan bestimmt werden. In expliziter Formulierung lautet das Gleichungssystem:

Vorgabe

$$k_1 = \frac{KP_1 + k_1 \cdot q_{1,1} + k_2 \cdot q_{1,2} + k_3 \cdot q_{1,3}}{x_1}$$

$$k_2 = \frac{KP_2 + k_1 \cdot q_{2,1} + k_2 \cdot q_{2,2} + k_3 \cdot q_{2,3}}{x_2}$$

$$k_3 = \frac{KP_3 + k_1 \cdot q_{3,1} + k_2 \cdot q_{3,2} + k_3 \cdot q_{3,3}}{x_3}$$

$k := \text{Suchen}(k)$

$$k = \begin{pmatrix} 2.98 \\ 4.01 \\ 16.51 \end{pmatrix}$$

Das zu lösende mathematische Problem lässt sich auch in Matrixform darstellen:

Vorgabe

$$KP + q \cdot k = \overrightarrow{(x \cdot k)}$$

$k := \text{Suchen}(k)$

$$k = \begin{pmatrix} 2.98 \\ 4.01 \\ 16.51 \end{pmatrix}$$