

Innerbetriebliche Leistungsverrechnung

Für die innerbetriebliche Leistungsverrechnung eines Unternehmens gelten folgende Daten:

$$KP = \begin{pmatrix} 19533.31 \\ 15681.76 \\ 8279.99 \end{pmatrix} \quad x = \begin{pmatrix} 500 \\ 300 \\ 200 \end{pmatrix} \quad q = \begin{pmatrix} 70 & 50 & 0 \\ 20 & 40 & 0 \\ 40 & 5 & 10 \end{pmatrix} \quad k = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{ORIGIN} = 1$$

Der Vektor KP stellt die primären Gemeinkosten der einzelnen Hilfskostenstellen dar:

$$KP_1 = 19533.31 \quad \text{Primäre Gemeinkosten der Hilfskostenstelle 1}$$

$$KP_2 = 15681.76 \quad \text{Primäre Gemeinkosten der Hilfskostenstelle 2}$$

$$KP_3 = 8279.99 \quad \text{Primäre Gemeinkosten der Hilfskostenstelle 3}$$

Der Vektor x zeigt die Leistungen der einzelnen Kostenstellen, gemessen in Mengeneinheiten:

$$x_1 = 500 \quad \text{Leistung der Hilfskostenstelle 1 [ME]}$$

$$x_2 = 300 \quad \text{Leistung der Hilfskostenstelle 2 [ME]}$$

$$x_3 = 200 \quad \text{Leistung der Hilfskostenstelle 3 [ME]}$$

Die Matrix q zeigt in den Zeilen, was von diesen Leistungen an die einzelnen Hilfskostenstellen geliefert wurde, und in den Spalten, von welcher Hilfskostenstelle die Lieferungen stammen:

$$q_{1,1} = 70 \quad \text{Lieferungen an Hilfskostenstelle 1 von Hilfskostenstelle 1 [ME]}$$

$$q_{1,2} = 50 \quad \text{Lieferungen an Hilfskostenstelle 1 von Hilfskostenstelle 2 [ME]}$$

$$q_{1,3} = 0 \quad \text{Lieferungen an Hilfskostenstelle 1 von Hilfskostenstelle 3 [ME]}$$

$$q_{2,1} = 20 \quad \text{Lieferungen an Hilfskostenstelle 2 von Hilfskostenstelle 1 [ME]}$$

$$q_{2,2} = 40 \quad \text{Lieferungen an Hilfskostenstelle 2 von Hilfskostenstelle 2 [ME]}$$

$$q_{2,3} = 0 \quad \text{Lieferungen an Hilfskostenstelle 2 von Hilfskostenstelle 3 [ME]}$$

$$q_{3,1} = 40 \quad \text{Lieferungen an Hilfskostenstelle 3 von Hilfskostenstelle 1 [ME]}$$

$$q_{3,2} = 5 \quad \text{Lieferungen an Hilfskostenstelle 3 von Hilfskostenstelle 2 [ME]}$$

$$q_{3,3} = 10 \quad \text{Lieferungen an Hilfskostenstelle 3 von Hilfskostenstelle 3 [ME]}$$

Für diese Leistungen sind für die Hilfskostenstellen die Kosten pro Mengeneinheit k_1 , k_2 und k_3 zu bestimmen. Der Vektor k enthält zunächst Schätzwerte hierfür. Diese Schätzwerte sind erforderlich als Startwerte für den Lösungsalgorithmus:

$$k_1 = 1 \quad \text{Schätzwert für die Kosten pro Leistungseinheit der Hilfskostenstelle 1}$$

$$k_2 = 1 \quad \text{Schätzwert für die Kosten pro Leistungseinheit der Hilfskostenstelle 2}$$

$$k_3 = 1 \quad \text{Schätzwert für die Kosten pro Leistungseinheit der Hilfskostenstelle 3}$$

Die Variable ORIGIN bestimmt die Ziffer für die erste Zeile und Spalte der verwendeten Felder.

Innerbetriebliche Leistungsverrechnung

Um die Kostensätze k_1 , k_2 und k_3 zu ermitteln, werden im folgenden Gleichungen aufgestellt, die dem jeweils verwendeten Verfahren der innerbetrieblichen Leistungsverrechnung entsprechen.

Gemeinsam ist allen diesen Gleichungen, unabhängig vom Verfahren, daß auf der linken Seite diejenigen Gemeinkosten stehen, die von der jeweiligen Hilfskostenstelle den Hauptkostenstellen belastet werden, nachdem die innerbetriebliche Leistungsverrechnung zwischen den Hilfskostenstellen durchgeführt worden ist. Diese Summe hängt vom jeweils verwendeten Verfahren der innerbetrieblichen Leistungsverrechnung ab.

Wie diese Belastung erfolgt, steht auf der rechten Seite der aufzustellenden Gleichungen: Insgesamt kann jede Hilfskostenstelle die Hauptkostenstellen mit der von ihr erzeugten Leistungsmenge belasten, abzüglich der Leistungen, die von den Hilfskostenstellen verbraucht wurden, also abzüglich der Lieferungen an Hilfskostenstellen. Der Rest wird an die Hauptkostenstellen geliefert. Multipliziert mit dem Kostensatz, den Kosten pro Leistungseinheit der jeweiligen Hilfskostenstelle, müssen sich jeweils die Gemeinkosten ergeben, die von der Hilfskostenstelle insgesamt an die Hauptkostenstellen belastet werden sollen - die linke Seite der Gleichung.

Anbauverfahren

Nach dem Anbauverfahren findet zwischen Hilfskostenstellen überhaupt keine innerbetriebliche Leistungsverrechnung statt. Es werden also unmittelbar die primären Gemeinkosten der einzelnen Hilfskostenstellen den Hauptkostenstellen belastet. Jedoch können den Hauptkostenstellen nur diejenigen Leistungen in Rechnung gestellt werden, die ihnen auch geliefert wurden. Diejenigen Leistungen, die im Bereich der Hilfskostenstellen verbraucht wurden, können den Hauptkostenstellen nicht in Rechnung gestellt werden. Deswegen sind von der gesamten Leistung der jeweiligen Hilfskostenstelle diejenigen Leistungen abzuziehen, die von den Hilfskostenstellen verbraucht worden sind. Nur diese Summe kann, multipliziert mit dem jeweiligen Kostensatz, den Hauptkostenstellen belastet werden. Somit ergibt sich:

Vorgabe

$$KP_1 = (x_1 - q_{1,1} - q_{2,1} - q_{3,1}) \cdot k_1$$

$$KP_2 = (x_2 - q_{1,2} - q_{2,2} - q_{3,2}) \cdot k_2$$

$$KP_3 = (x_3 - q_{1,3} - q_{2,3} - q_{3,3}) \cdot k_3$$

$k = \text{Suchen}(k)$

$$k = \begin{pmatrix} 52.79 \\ 76.50 \\ 43.58 \end{pmatrix}$$

Die obigen Gleichungen nach den Kostensätzen aufgelöst:

$$k_1 = \frac{KP_1}{x_1 - q_{1,1} - q_{2,1} - q_{3,1}}$$

$$k_1 = 52.79$$

$$k_2 = \frac{KP_2}{x_2 - q_{1,2} - q_{2,2} - q_{3,2}}$$

Innerbetriebliche Leistungsverrechnung

$$k_2 = 76.50$$

$$k_3 = \frac{KP_3}{x_3 - q_{1,3} - q_{2,3} - q_{3,3}}$$

$$k_3 = 43.58$$

Der folgende Vektor KB (Kostenbelastung) zeigt zur Kontrolle, welche Kosten mit den ermittelten Kostensätzen tatsächlich von den einzelnen Hilfskostenstellen den Hauptkostenstellen belastet wurden. Insgesamt müssen dies die primären Gemeinkosten der Hilfskostenstellen sein.

$$KB = \begin{bmatrix} k_1 \cdot (x_1 - q_{1,1} - q_{2,1} - q_{3,1}) \\ k_2 \cdot (x_2 - q_{1,2} - q_{2,2} - q_{3,2}) \\ k_3 \cdot (x_3 - q_{1,3} - q_{2,3} - q_{3,3}) \end{bmatrix} \quad KB = \begin{pmatrix} 19533.31 \\ 15681.76 \\ 8279.99 \end{pmatrix} \quad \sum KB = 43495.06$$

Mit den konkreten Zahlen des Beispiels ergeben sich folgende Gleichungen für die Kostensätze:

$$k_1 = \frac{19533,31}{500 \quad - \quad 70 \quad - \quad 20 \quad - \quad 40}$$

$$k_2 = \frac{15681,76}{300 \quad - \quad 50 \quad - \quad 40 \quad - \quad 5}$$

$$k_3 = \frac{8279,99}{200 \quad - \quad 0 \quad - \quad 0 \quad - \quad 10}$$

Stufenleiterverfahren

Nach dem Stufenleiterverfahren belastet jede Hilfskostenstelle alle folgenden Hilfskostenstellen mit den Kosten für ihre Leistungen, wird aber selbst nicht von den folgenden Hilfskostenstellen oder von sich selbst für den Eigenverbrauch belastet. Das bedeutet für die Hilfskostenstelle 1, daß sie selbst überhaupt nicht für Leistungen von Hilfskostenstellen belastet wird. Die Hilfskostenstelle 1 belastet aber die Hilfskostenstelle 2 mit deren Verbrauch von Leistungen der Hilfskostenstelle 1. Ebenso belastet die Hilfskostenstelle 1 die Hilfskostenstelle 3 für deren Verbrauch von Leistungen der Hilfskostenstelle 1.

Die Hilfskostenstelle 2 wird von der Hilfskostenstelle 1 für den Verbrauch von Leistungen dieser Hilfskostenstelle belastet, sie selbst belastet die Hilfskostenstelle 3 für deren Verbrauch von Leistungen der Hilfskostenstelle 2.

Hilfskostenstelle 3 wird von den beiden vor ihr liegenden Hilfskostenstellen für ihren Verbrauch an Leistungen dieser Hilfskostenstellen belastet, kann sich aber nicht an andere Hilfskostenstellen entlasten.

Hieraus ergeben sich die zu lösenden Gleichungen:

Innerbetriebliche Leistungsverrechnung

Vorgabe

$$KP_1 - q_{2,1} \cdot k_1 - q_{3,1} \cdot k_1 = (x_1 - q_{1,1} - q_{2,1} - q_{3,1}) \cdot k_1$$

$$KP_2 + q_{2,1} \cdot k_1 - q_{3,2} \cdot k_2 = (x_2 - q_{1,2} - q_{2,2} - q_{3,2}) \cdot k_2$$

$$KP_3 + q_{3,1} \cdot k_1 + q_{3,2} \cdot k_2 = (x_3 - q_{1,3} - q_{2,3} - q_{3,3}) \cdot k_3$$

$k = \text{Suchen}(k)$

$$k = \begin{pmatrix} 45.43 \\ 79 \\ 55.22 \end{pmatrix}$$

Für die manuelle Berechnung sind die Gleichungen nach den Kostensätzen aufzulösen:

$$k_1 = \frac{KP_1}{x_1 - q_{1,1}}$$

$$k_1 = 45.43$$

$$k_2 = \frac{KP_2 + k_1 \cdot q_{2,1}}{x_2 - q_{1,2} - q_{2,2}}$$

$$k_2 = 79$$

$$k_3 = \frac{KP_3 + q_{3,1} \cdot k_1 + q_{3,2} \cdot k_2}{x_3 - q_{1,3} - q_{2,3} - q_{3,3}}$$

$$k_3 = 55.22$$

Kontrolle der an die Hauptkostenstellen belasteten Kosten:

$$KB = \begin{bmatrix} k_1 \cdot (x_1 - q_{1,1} - q_{2,1} - q_{3,1}) \\ k_2 \cdot (x_2 - q_{1,2} - q_{2,2} - q_{3,2}) \\ k_3 \cdot (x_3 - q_{1,3} - q_{2,3} - q_{3,3}) \end{bmatrix} \quad KB = \begin{pmatrix} 16807.73 \\ 16195.28 \\ 10492.05 \end{pmatrix} \quad \sum KB = 43495.06$$

Mit den konkreten Zahlen des Beispiels ergibt sich für die Kostensätze:

$$k_1 = \frac{19533,31}{500 - 70}$$

$$k_2 = \frac{15681,76 + 45,4263023 \cdot 20}{300 - 50 - 40}$$

$$k_3 = \frac{8279,99 + 40 + 45,4263023 \cdot 5 + 79,0013621 \cdot 10}{200 - 0 - 0 - 10}$$

Innerbetriebliche Leistungsverrechnung

Gleichungsverfahren

Nach dem sogenannten Gleichungsverfahren (Gleichungen werden ja auch bei den anderen Verfahren aufgestellt), erfolgt eine innerbetriebliche Leistungsverrechnung zwischen Hilfskostenstellen in allen Richtungen: Jede Hilfskostenstelle wird für den Verbrauch von Leistungen aller Hilfskostenstellen von diesen belastet, und sie wird entlastet für alle ihre Lieferungen an Hilfskostenstellen.

Die Hilfskostenstelle 1 wird also belastet für ihren Verbrauch an eigenen Leistungen, für ihren Verbrauch an Leistungen der Hilfskostenstelle 2 und der Hilfskostenstelle 3. Andererseits wird die Hilfskostenstelle 1 entlastet für ihre Lieferungen an sich selbst, für ihre Lieferungen an die Hilfskostenstelle 2 und an die Hilfskostenstelle 3. Die Summe der primären Gemeinkosten zuzüglich der Belastungen und abzüglich der Entlastungen wird von der Hilfskostenstelle 1 den Hauptkostenstellen belastet.

Die Hilfskostenstelle 2 wird belastet für ihren Verbrauch von Leistungen der Hilfskostenstelle 1, ihren Verbrauch an eigenen Leistungen und für ihren Verbrauch an Leistungen der Hilfskostenstelle 3. Entlasten kann sich die Hilfskostenstelle 2 für ihre Lieferungen an Hilfskostenstelle 1, an sich selbst, an Hilfskostenstelle 3.

Hilfskostenstelle 3 wird belastet für ihren Verbrauch von Leistungen der Hilfskostenstelle 1, Hilfskostenstelle 2 und für den Verbrauch eigener Leistungen. Entlasten kann sich die Hilfskostenstelle 3 für ihre Lieferungen an Hilfskostenstelle 1, Hilfskostenstelle 2 und an sich selbst.

Insgesamt ergibt sich folgendes Gleichungssystem, das nur simultan gelöst werden kann:

Vorgabe

$$KP_1 + q_{1,1} \cdot k_1 + q_{1,2} \cdot k_2 + q_{1,3} \cdot k_3 - q_{1,1} \cdot k_1 - q_{2,1} \cdot k_1 - q_{3,1} \cdot k_1 = (x_1 - q_{1,1} - q_{2,1} - q_{3,1}) \cdot k_1$$

$$KP_2 + q_{2,1} \cdot k_1 + q_{2,2} \cdot k_2 + q_{2,3} \cdot k_3 - q_{1,2} \cdot k_2 - q_{2,2} \cdot k_2 - q_{3,2} \cdot k_2 = (x_2 - q_{1,2} - q_{2,2} - q_{3,2}) \cdot k_2$$

$$KP_3 + q_{3,1} \cdot k_1 + q_{3,2} \cdot k_2 + q_{3,3} \cdot k_3 - q_{1,3} \cdot k_3 - q_{2,3} \cdot k_3 - q_{3,3} \cdot k_3 = (x_3 - q_{1,3} - q_{2,3} - q_{3,3}) \cdot k_3$$

k = Suchen(k)

$$k = \begin{pmatrix} 52.91 \\ 64.38 \\ 56.41 \end{pmatrix}$$

Die obigen Gleichungen lassen sich vereinfachen. Es ergibt sich:

Vorgabe

$$KP_1 + k_1 \cdot q_{1,1} + k_2 \cdot q_{1,2} + k_3 \cdot q_{1,3} = k_1 \cdot x_1$$

$$KP_2 + k_1 \cdot q_{2,1} + k_2 \cdot q_{2,2} + k_3 \cdot q_{2,3} = k_2 \cdot x_2$$

$$KP_3 + k_1 \cdot q_{3,1} + k_2 \cdot q_{3,2} + k_3 \cdot q_{3,3} = k_3 \cdot x_3$$

k = Suchen(k)

$$k = \begin{pmatrix} 52.91 \\ 64.38 \\ 56.41 \end{pmatrix}$$

Innerbetriebliche Leistungsverrechnung

Auf der linken Seite dieser Gleichungen stehen jeweils die gesamten Kosten der einzelnen Hilfskostenstellen, nämlich die primären Gemeinkosten zuzüglich der sekundären Gemeinkosten aus der innerbetrieblichen Leistungsverrechnung zwischen Hilfskostenstellen. Diese sekundären Gemeinkosten ergeben sich aus dem bewerteten Verbrauch von Leistungen anderer Hilfskostenstellen und dem Eigenverbrauch. Die Summe aus primären und sekundären Gemeinkosten ist durch den Verbrauch der gesamten Leistungsmenge im Unternehmen zu decken. Der Kostensatz für die Leistungseinheit jeder Hilfskostenstelle muß so hoch sein, daß alle verbrauchten Leistungseinheiten, die damit bewertet werden (rechte Seite der Gleichung), die gesamten Kosten jeder Hilfskostenstelle ergibt (linke Seite der Gleichung).

Mit den konkreten Zahlen ist folgendes Gleichungssystem zu lösen:

$$19533 + 70 k_1 + 50 k_2 + 0 k_3 = 500 k_1$$

$$15682 + 20 k_1 + 40 k_2 + 0 k_3 = 300 k_2$$

$$8280 + 40 k_1 + 5 k_2 + 10 k_3 = 200 k_3$$

Die Formulierung des Problems läßt sich durch die Verwendung von Matrizen weiter vereinfachen. In dieser Schreibweise ergibt sich:

Vorgabe

$$KP + q \cdot k = \begin{pmatrix} x_1 \cdot k_1 \\ x_2 \cdot k_2 \\ x_3 \cdot k_3 \end{pmatrix}$$

$k = \text{Suchen}(k)$

$$k = \begin{pmatrix} 52.91 \\ 64.38 \\ 56.41 \end{pmatrix}$$

Ökonomisch einsichtiger ist aber die Auflösung des Gleichungssystem nach den Kostensätzen:

Vorgabe

$$k_1 = \frac{KP_1 + k_1 \cdot q_{1,1} + k_2 \cdot q_{1,2} + k_3 \cdot q_{1,3}}{x_1}$$

$$k_2 = \frac{KP_2 + k_1 \cdot q_{2,1} + k_2 \cdot q_{2,2} + k_3 \cdot q_{2,3}}{x_2}$$

$$k_3 = \frac{KP_3 + k_1 \cdot q_{3,1} + k_2 \cdot q_{3,2} + k_3 \cdot q_{3,3}}{x_3}$$

$k = \text{Suchen}(k)$

$$k = \begin{pmatrix} 52.91 \\ 64.38 \\ 56.41 \end{pmatrix}$$

Innerbetriebliche Leistungsverrechnung

Durch die vollständige Berücksichtigung aller Leistungsverflechtungen in der innerbetrieblichen Leistungsverrechnung zwischen Hilfskostenstellen lassen sich hier die Kosten pro Leistungseinheit auf die in der Kostenrechnung übliche Weise ermitteln, indem nämlich alle Kosten (primäre und sekundäre) durch alle erzeugten Leistungseinheiten geteilt werden. Dagegen werden bei den anderen beiden Verfahren (welche die Leistungsverflechtung zwischen Hilfskostenstellen nur unvollständig abbilden), von der gesamten Leistungsmenge einer Hilfskostenstelle jeweils diejenigen Mengen abgezogen, die nicht anderen Hilfskostenstellen oder sich selbst belastet werden. Auf diese Weise erhöht beim Anbauverfahren und beim Stufenleiterverfahren der ja vorhandene Verbrauch von Leistungen im Bereich der Hilfskostenstellen die Kostensätze für das ganze Unternehmen und wird dadurch indirekt berücksichtigt.

Die Kontrolle der insgesamt auf die Hauptkostenstellen verrechneten Kosten zeigt auch beim Gleichungsverfahren, daß insgesamt wieder die primären Gemeinkosten der Hilfskostenstellen auf die Hauptkostenstellen verrechnet werden. Die Belastungen und Entlastungen der Hilfskostenstellen untereinander heben sich bei jedem Verfahren insgesamt auf, so daß immer nur die primären Gemeinkosten der Hilfskostenstellen auf die Hauptkostenstellen übertragen werden.

$$\text{KB} = \begin{bmatrix} k_1 \cdot (x_1 - q_{1,1} - q_{2,1} - q_{3,1}) \\ k_2 \cdot (x_2 - q_{1,2} - q_{2,2} - q_{3,2}) \\ k_3 \cdot (x_3 - q_{1,3} - q_{2,3} - q_{3,3}) \end{bmatrix} \quad \text{KB} = \begin{pmatrix} 19577.77 \\ 13198.86 \\ 10718.43 \end{pmatrix} \quad \sum \text{KB} = 43495.06$$

Legende:

- KP_i = Primäre Gemeinkosten der Hilfskostenstelle i
- i = 1..n [Laufende Nummer der Hilfskostenstellen in Zeilen]
- n = Anzahl der Hilfskostenstellen
- x_i = Leistungsmenge der Hilfskostenstelle i
- $q_{i,j}$ = Leistungsmenge, welche die Hilfskostenstelle i von der Hilfskostenstelle j empfängt
- j = 1..n [Laufende Nummer der Hilfskostenstellen in Spalten]
- k_i = Kosten pro Leistungseinheit der Hilfskostenstelle i
- KB_i = Kosten der Hilfskostenstelle i, die den Hauptkostenstellen belastet werden